

Ответы, решения

1. (1). В. $\mu_{62.6} = q_{62}/(1 - q_{62}) = 0.03471 \Rightarrow B$.
- (2). А. $0.25q_{62.6} = 0.25 \cdot q_{62}/(1 - 0.6q_{62}) = 0.008677011 \Rightarrow A$.
- (3). Е. $\mu_{62} = \ln(1 - q_{62})$
- (4). В. $0.25q_{62.6} = 1 - e^{-0.25\mu_{62}} = 0.008610576 \Rightarrow B$.
- (5). А. $a(62) = (L_{62} - l_{63})/(l_{62} - l_{63}) = 1 - 1/d_{62} + 1/\mu_{62} = 0.49117 \Rightarrow A$.
2. А. $L_x/T_x = 1 - T_{x+1}/T_x = 1 - 0.967(1 - 0.0062) = 0.039 \Rightarrow A$.
3. (1). D. $q_{48}/(1 - 0.5q_{48}) = 0.005716291 \Rightarrow D$.
- (2). А. $q_{48}/(1 - (7q_{48} - q_{49} + q_{48} \cdot q_{49})/12) = 0.005716 \Rightarrow A$.
- (3). С. $L_{48} = 0.5(l_{48} + l_{49}) = 90929 \Rightarrow C$.
- (4). В. $L_{48} = (5l_{48} + 8l_{49} - l_{50})/12 = 90934.33 \Rightarrow B$.
4. Е.

$$l_{43} = l_{44}/p_x = 60728.745, \quad l_{42} = 60728.745/p_x = 61466.341,$$

$$l_{[40]+1} = 61466.341/(1 - 2q_x/3) = 61962.037,$$

$$l_{[40]} = 61962.037/(1 - 0.5q_x) = 62336.05365 \Rightarrow E.$$

5. (1). D. ОСС выплат равна $500((D_{71} + D_{61})/D_{[51]}) + 100(M_{66} - M_{71})/D_{[51]} = 474.9599704 \Rightarrow D$.

(2). В. Аккумуляция равна $500(1 + D_{61}/D_{71}) + 100(M_{66} - M_{71})/D_{71} = 1484.762356 \Rightarrow B$.

6. (1). Е. Прибыль в конце первого года (в тыс. руб.) равна

$$PR1 = 164.5 \cdot 1.08 - p_{60}(0.6 \cdot 1.05 + 50) - 50 \cdot p_{60}a_{61:\overline{3}|} = -2.156 \Rightarrow E.$$

(2). А. $PR2 = 50 \cdot a_{61:\overline{3}|} - p_{61}(0.6 \cdot 1.05^2 + 50) - 50 \cdot p_{61} \cdot a_{62:\overline{2}|} = 1.959$

(3). В. $PR3 = 1.11, \quad PR4 = -0.168 \Rightarrow B$.

7. (1). В. $\frac{N_{[47]} - N_{59}}{D_{[47]}} - \frac{11}{24}(1 - \frac{D_{59}}{D_{[47]}}) = 9.336 \Rightarrow B$.

(2). С. $\frac{N_{[47]+1} - N_{60}}{D_{[47]}} + \frac{11}{24}(1 - \frac{D_{59}}{D_{[47]}}) = 9.302 \Rightarrow D$.

(3). С. $(\overline{N}_{47} - \overline{N}_{59})/D_{47} = 9.159 \Rightarrow C$.

8. (1) А. Пусть годовой взнос равен Р, выплата по смерти S^d , тогда искомое значение равно

$$\frac{P(R_{[53]} - R_{63} - 10M_{63}) + S^d(M_{63} - M_{68})}{D_{[53]}} = 37000 \Rightarrow A.$$

(2). С. Искомое значение равно

$$\frac{P(R_{[53]} - R_{63} - 10M_{63}) + S^d(M_{63} - M_{68})}{D_{68}} = 84174 \Rightarrow C.$$

9. D. Аккумулярированная стоимость равна (в тыс.руб.)

$$\frac{N_{61} - N_{71}}{D_{70}} + \frac{S_{61} - S_{71} - 10N_{71}}{D_{70}} = 1240.826 + 617.8 = 1858.626 \Rightarrow D.$$

10. (1). B. $\bar{a}_{x:\bar{n}|} = (1 - \exp(-5(\delta + \mu)))/(\delta + \mu) = 4.235984524 \Rightarrow B.$

(2). E. ${}^2\bar{a}_{x:\bar{n}|} = (1 - \exp(-5(2\delta + \mu)))/(2\delta + \mu) \Rightarrow DY = (2/\delta)(\bar{a}_{x:\bar{n}|} - {}^2\bar{a}_{x:\bar{n}|}) - (\bar{a}_{x:\bar{n}|})^2 = 0.277448475 \Rightarrow \sigma Y = 0.52673378 \Rightarrow E.$

11. (1) A. Премия (в тыс. руб.) при S=600 равна $P = SA_{[46]:\overline{14}|}/(0.95\ddot{a}_{[46]:\overline{14}|} - 0.55) = 20.99659718 \Rightarrow A.$

(2) D. ${}_{14}V = A_{60:\overline{4}|} - 0.95P\ddot{a}_{60:\overline{4}|} = 406.8569615 \Rightarrow D.$

(3) B. ${}_{14}V = (0.95P\ddot{a}_{46:\overline{14}|} + 0.35P)/{}_{14}E_{46} - (A_{46:\overline{14}|}/{}_{14}E_{46} - 1) = 345.3910765 \Rightarrow B.$

12. (1). A. Стандартная премия $P = 0.0084$ находится из равенства

$$\frac{M_{45} - M_{65}}{D_{45}} = (0.95\ddot{a}_{45:\overline{20}|} - 0.35)P.$$

ОСС выплат

$$(1 - d_{|0.04} \cdot \ddot{a}_{45:\overline{15}|0.05}) + v_{0.05}^{15} \frac{l_{60}}{l_{45}} (1 - d_{|0.04} \cdot \ddot{a}_{60:\overline{5}|0.06}) = 0.223,$$

ОСС премий

$$(0.95 \cdot \ddot{a}_{45:\overline{15}|0.05} - 0.35 + 0.95 \cdot {}_{15}E_{45|0.05} \cdot \ddot{a}_{60:\overline{5}|0.06}) \cdot P_1 = 11.509P_1,$$

откуда $P_1 = 0.0194$, $(P_1 - P)/P \cdot 100 = 131.455 \Rightarrow A.$

(2). C. ОСС единичных премий с учетом поправки на возраст равна

$$\ddot{a}_{45:\overline{20}|}^1 = \ddot{a}_{50:\overline{15}|}^1 + {}_{15}E_{50}^1 \cdot \ddot{a}_{60:\overline{5}|} = 13.089,$$

ОСС единичных выплат с учетом поправки на возраст равна

$$A_{50:\overline{15}|} - \frac{D_{65}}{D_{50}} (1 - A_{60:\overline{5}|} + \frac{D_{65}}{D_{50}}) = 0.279.$$

Отсюда

$$P_1 = 0.279/(0.95 \cdot 13.089 - 0.35) = 0.0231 \Rightarrow C.$$

13. D. ОСС по смерти равна

$$720\sqrt{1.06}A_{50:\overline{15}|0.04}^1 = 46.83569416,$$

ОСС по дожитию равна

$$720\frac{D_{60}}{D_{50}} = 447.248.$$

ОСС будущих взносов равна $24\ddot{a}_{50:\overline{10}|0.06} = 182.376$, теперь

$${}_7V = 46.83569416 + 447.248 - 182.376 = 311.7080425 \Rightarrow D.$$

14. (1). В. ОСС единичных выплат равна

$$16 \frac{M_{[45]} - M_{60}}{D_{[45]}} - \frac{R_{[45]} - R_{[60]} - 15M_{60}}{D_{[45]}}$$

ОСС премий величины P равна

$$(0.94 \frac{N_{[45]} - N_{57}}{D_{[45]}} - 0.99)P \Rightarrow P = 10611.399.$$

$${}_{11}V = 5 \frac{M_{56} - M_{60}}{D_{56}} - \frac{R_{56} - R_{60} - 4M_{60}}{D_{56}} - 0.94P = 0.046.$$

При $S = 200000 : S \cdot {}_{11}V = 9264.14463 \Rightarrow B.$

(2). А.

$${}_{12}V = 4 \frac{M_{57} - M_{60}}{D_{57}} - \frac{R_{57} - R_{60} - 3M_{60}}{D_{57}} \Rightarrow S_{12}V = 12591.80534 \Rightarrow A.$$

15. (1). Е. Ожидаемое напряжение смертности

$$-1000000 \cdot 130q_{[62]+1} \frac{D_{70}}{D_{[62]+1}} = -943011.1603 \Rightarrow E.$$

(2). С. Реальное напряжение смертности

$$-2 \cdot \frac{D_{70}}{D_{[62]+1}} = -1330990.248.$$

Прибыль от смертности составляет $322110.9759 \Rightarrow C.$

Экзамнационное упражнение

Поскольку

$$\delta \int_0^1 D_{x+t} \mu_{x+t} dt = - \int_0^1 l_{x+t} d(v^{x+t}) dt, \quad \bar{C}_x = - \int_0^1 v^{x+t} dl_{x+t},$$

то искомая сумма равна $D_x - D_{x+1}$. Ее значение при $x = 47$ равно 218.0596 .